

**Gianluca di Castri**  
**TRATTAZIONE DIFFERENZIALE DELLE CURVE LOGISTICHE CON**  
**CONSIDERAZIONI SULL'INEFFICIENZA IN PROGRAMMAZIONE**  
**(Giornate AICE – 1998)**

**A Generalità**

Lo scopo dello studio è descrivere come, nei casi reali, venga calcolata la distribuzione del carico di lavoro relativo alle varie attività di un progetto, ottenendo così le note curve ad S; all'uopo vengono prese in esame alcune funzioni che permettono di rappresentare la curva di avanzamento, in particolare la logistica, e vengono successivamente esaminate criticamente le metodologie di aggiornamento, dalla semplice trasposizione lineare usata dalla maggior parte dei programmi commerciali a metodologie più evolute.

Una particolare attenzione dovrebbe comunque essere data all'applicazione di tali metodologie alle curve relative agli imprevisti ed alle variazioni quantitative.

**A Definizioni**

Ci sembra anzitutto opportuno richiamare alcune definizioni, già da noi date in altri testi e comunque a tutti note, allo scopo di garantire una corretta ed uniforme interpretazione dei termini.

Anzitutto è opportuno ricordare che, allorché si parla di avanzamento dei lavori, si intendono diverse grandezze fra loro simili ma non eguali, differenti per definizione e modalità di calcolo. In particolare, per quanto concerne i lavori di costruzione, esse sono:

- ❖ avanzamento fisico o quantitativo dei lavori (avanzamento propriamente detto) corrispondente al rapporto fra quantità eseguite e quantità totali o, più correttamente, al rapporto fra il carico di lavoro corrispondente ai lavori eseguiti ed il carico di lavoro corrispondente alla totalità dei lavori; è evidente che, per poter eseguire in maniera quantitativamente corretta tale calcolo, è necessario che vi siano
  - x computi metrici affidabili e dettagliati,
  - x un criterio statistico che permetta di calcolare, per ogni classe o categoria di lavoro, i relativi carichi di lavoro totali, generalmente espressi in ore lavorative normali,
  - x un criterio statistico e di composizione che permetta di calcolare, per ogni elemento del progetto parzialmente eseguito, il carico di lavoro corrispondente,
  - x un criterio di gestione di eventuali imprevisti dovuti a piccole variazioni di quantità;il calcolo dell'avanzamento fisico come rapporto di quantità è possibile solo in casi molto semplici e comunque omogenei, ma in generale l'avanzamento deve essere calcolato in base al rapporto fra i carichi di lavoro, con una procedura, pertanto, almeno in parte di tipo statistico;
- ❖ avanzamento economico dei lavori, che a sua volta può essere distinto in:
  - x avanzamento contrattuale, corrispondente al rapporto fra l'importo dei lavori eseguiti secondo il contratto (cioè l'importo lordo che può essere fatturato dall'impresa) e l'importo contrattuale totale,
  - x avanzamento dei costi, corrispondente al rapporto fra costi sostenuti e costi totali preventivati, ove per costi si intendono i costi diretti ed indiretti di commessa ma non gli oneri finanziari né i costi generali dell'impresa;
  - ❖ avanzamento finanziario, cioè rapporto fra pagamenti ed importo contrattuale, tenendo conto degli anticipi e delle ritenute a garanzia.

La gestione delle differenze e degli squilibri fra i vari tipi di avanzamento, ed in particolare fra avanzamento fisico ed avanzamento finanziario, è una delle componenti fondamentali della gestione

contrattuale; la differenza fra avanzamento fisico ed avanzamento contrattuale dovrebbe essere ridotta al minimo ed, almeno in teoria, tendente a zero.

Il carico di lavoro, in ore lavorative normali, è definito come numero di ore necessarie per eseguire un certo lavoro in condizioni normali o standard. Esso è pertanto solo funzione della **quantità** e della **produttività normale o efficienza normale**, conosciuta su base statistica.

Con l'utilizzazione dei carichi di lavoro è possibile comparare classi di lavoro le cui quantità sono espresse in differenti unità di misura.

Esso si basa pertanto su criteri quantitativi e statistici obiettivi; l'ora normale o i suoi multipli (giornata lavorativa normale, mese lavorativo normale) possono essere usati come unità di misura nel confronto di lavori non omogenei fra loro.

A titolo di esempio, proviamo a fare riferimento ad un caso reale, in un impianto industriale, siano da installare 120.000 kg di tubazioni in acciaio al carbonio e 9.000 ml di tubazione in rame per il riscaldamento a vapore di apparati elettrici (*steam tracing*); come vediamo si tratta di due quantità non omogenee, espresse l'una in kilogrammi e l'altra in metri lineari, senza possibilità alcuna di confronto diretto.

Dalla tabella delle produttività normali possiamo ricavare i valori della produttività in condizioni normali, che risulta essere pari a:

- ◆ 1.5 ml/h per le tubazioni in rame e,
- ◆ 12 kg/h per le tubazioni in acciaio al carbonio (abbiamo considerato il valore per tubazioni da 6").

I carichi di lavoro si ottengono dividendo le quantità per le rispettive produttività; essi risultano pertanto espressi in ore normali e sono comparabili fra loro:

- ◆ per le tubazioni in rame:  $9.000 / 1.5 = 6.000$  hn
- ◆ per le tubazioni al carbonio  $120.000 / 12 = 10.000$  hn
- ◆ carico di lavoro totale:  $10.000 + 6.000 = 16.000$  hn

Successivamente, in base a criteri statistici ed a valutazioni della direzione tenendo conto del discostarsi delle condizioni di lavoro effettive da quelle normali, ed in particolare tenendo conto, oltre che del Paese in cui si deve operare, anche di:

- ❖ tipo di manodopera disponibile, livello di qualificazione, etc
- ❖ sito di lavoro, altitudine, condizioni climatiche, etc.

Si procede alla stima di un coefficiente di efficienza che, nella fattispecie, poniamo pari ad 1.4 ottenendo così i seguenti dati di stima o preventivo:

- ◆ Manodopera necessaria  $16.000 \times 1.4 = 22.400$  hs (ore stimate)

Vediamo ora come, ad un dato periodo di lavorazione, possiamo procedere al controllo periodico ed al calcolo dell'avanzamento. Il nostro dato certo saranno le quantità montate, pari, per esempio, a

- ◆ 48.000 Kg di tubo in acciaio al carbonio e
- ◆ 300 ml di tubo in rame.

Applicando i valori già noti della produttività potremo calcolare il carico di lavoro relativo alle quantità montate, il cui valore si ottiene con i seguenti calcoli:

- ◆ per il tubo in acciaio al carbonio  $48000 / 12 = 4000$  hn
- ◆ per il tubo in rame  $300 / 1.5 = 200$  hn

Il carico di lavoro relativo ai lavori eseguiti sarà pertanto pari a  $4000 + 200 = 4200$  hn; dividendo questo valore per il carico di lavoro totale otterremo il valore dell'avanzamento

$$4200 / 22400 = 18.75\%$$

In base al nostro coefficiente di efficienza stimato 1.4 deriva che, per il lavoro eseguito, avremmo dovuto impiegare

$$4200 \times 1.4 = 5880 \text{ h.}$$

Il numero di ore effettivamente impiegato è un altro dato certo, ottenuto dalle registrazioni del cantiere; supponendo che, per tali lavorazioni, risultino impiegate 6310 h, ne risulterà un'eccedenza, da giustificare, pari a

$$6310 - 5880 = 430 \text{ h.}$$

Potremo anche calcolare il coefficiente di efficienza effettivo, dividendo stavolta le ore effettivamente impiegate per le ore normali

$$6310 / 4200 = 1.502$$

da confrontare col valore 1.4 stimato a preventivo.

I coefficienti di rendimento in Europa variano da 0.80 a 1.20, e gli stessi valori si ottengono più o meno negli altri paesi industrializzati. In paesi a livello di sviluppo inferiore questi coefficienti crescono fino a valori di 4.00÷5.00.

Si definirà pertanto l' avanzamento come rapporto fra il carico di lavoro dell' intero progetto ed il carico di lavoro corrispondente ai lavori eseguiti; esso può essere calcolato per ogni elemento di base con una composizione delle attività di base; esso è poi riferito alla classe e sottoclasse di lavoro per il calcolo del corrispondente carico di lavoro. Da ciò si deduce che l'avanzamento fisico dei lavori è in realtà una grandezza determinata statisticamente, in quanto essa deriva non da quantità reali e determinate, ma da una composizione di attività e da un carico di lavoro determinati statisticamente.

Per maggior chiarimento, ritorniamo al nostro esempio delle tubazioni, per cui abbiamo stimato una quantità installata di 48000 Kg., corrispondente al 40%; nel caso generale ciò non significherebbe che 48000 Kg sono completati e che i restanti 72000 Kg si trovano ancora in magazzino, ma sarà la risultante di un calcolo più complesso che risulterà da una composizione delle attività di base relative ad ogni singolo elemento; ad esempio, il singolo elemento potrebbe essere uno *sketch* di tubazione del peso di 1000 kg, per cui una composizione realistica delle attività potrebbe essere:

- ❖ prelievo dei materiali a magazzino 10%
- ❖ prefabbricazione 30%
- ❖ montaggio 50%
- ❖ prova statica 10%

Se il nostro elemento, all' atto del calcolo dell' avanzamento, sarà stato prefabbricato ma non ancora montato, porremo per esso un avanzamento calcolato secondo lo schema seguente:

- x prelievo:  $1000 \text{ kg} \times 10\% = 100 \text{ kg}$
- x prefabbricazione  $1000 \text{ kg} \times 30\% = 300 \text{ kg}$
- x totale installato 400 kg.

Nelle figure sono riportate alcune tipiche curve di avanzamento tratte da un progetto reale e relative ai montaggi in cantiere:

- ❖ la curva di avanzamento fisico è una curva ad S che parte da 0 e giunge ad 1 (cioè al 100% di avanzamento corrispondente al completamento meccanico, comunque esso sia definito) al 17° mese;
- ❖ la curva di avanzamento dei costi parte, al tempo zero, già da un valore del 10% circa (costi di mobilitazione ed installazione del cantiere) e continua per alcuni mesi dopo il completamento

meccanico (assistenza all'avviamento, correzione di errori in base a *snagging lists* o *punch lists*, etc.);

- ❖ la curva di avanzamento finanziario vale il 10% all'inizio dei lavori, evidentemente poiché era previsto un anticipo contrattuale, e giunge al 95% e non al 100% perché il contratto prevedeva una ritenuta del 5% fino al collaudo o consegna finale;
- ❖ si può inoltre vedere il confronto fra una curva di avanzamento fisico relativa al progetto nella sua globalità, la curva relativa ai lavori civili e la particolare curva relativa alle allocazioni di margini per variazioni quantitative ad imprevisti, con la concavità rivolta verso l'alto.

#### **A La ripartizione del carico di lavoro**

Vediamo ora, ancora con riferimento ad un caso reale, pur notevolmente semplificato, come il carico di lavoro possa essere ripartito lungo lo sviluppo del progetto; ci riferiamo, come può vedersi nelle figure, ad un progetto della durata di un anno il cui carico di lavoro è posto convenzionalmente pari a 10000= NMh (si tratta evidentemente di una semplificazione che non lede comunque la generalità dell'argomento trattato); il progetto è diviso in 12 attività di cui si conoscono i tempi d'inizio e di fine.

I metodi di ripartizione del carico di lavoro sulle singole attività si possono ridurre a tre:

- ◆ Metodo lineare, in cui la distribuzione dei carichi di lavoro per ogni attività è lineare; si tratta di un metodo molto usato per piccoli e medi progetti e, pur se concettualmente inesatto ed estremamente approssimativo, dà in genere risultati accettabili per un controllo di progetto non sofisticato.
- ◆ Metodo discontinuo o discreto, in cui per ogni attività il carico di lavoro è distribuito secondo una spezzata, costruita per punti, questo metodo, usato normalmente in progetti medi o grandi, diviene abbastanza rigoroso solo allorché le curve (spezzate) di riferimento sono ottenute da un'elaborazione statistica dell'esperienza aziendale, che è in grado di esprimere una serie di curve per i lavori civili, meccanici, elettrici e così via.
- ◆ Metodo continuo, in cui per ogni attività il carico di lavoro è distribuito secondo una funzione continua e crescente del tempo; anche questo metodo, raramente usato per difficoltà di calcolo ed inadeguatezza degli strumenti di calcolo, diviene rigoroso solo se le curve di riferimento sono ottenute da un'elaborazione statistica dell'esperienza aziendale.

#### **A La curva logistica**

Una delle funzioni che possono essere usate per il calcolo delle curve di avanzamento è la cosiddetta funzione logistica, la cui equazione è

$$A = \frac{1}{1+ce^{-ht}}$$

ove abbiamo indicato con la lettera A l'avanzamento e con la t il tempo; si tratta di una curva con due asintoti orizzontali ed un punto di flesso il cui andamento, assumendo per il parametro h valori prossimi a 0.1, ben si presta a rappresentare le nostre curve. Ovviamente, per utilizzarla in pratica, dovremo eliminare gli asintoti con un'operazione di arrotondamento, sostituendo di fatto la nostra curva continua con una curva a gradini.

Ha un certo interesse notare che, poiché la curva di distribuzione delle risorse altro non è se non la derivata della curva di avanzamento, l'utilizzazione della curva logistica ci permette anche di trattare matematicamente l'andamento delle risorse.

In un precedente studio, pubblicato negli atti del VI Forum Europeo d'Ingegneria Economica (Milano, 1993), Kotronias ed Isabella eseguiti hanno proposto la formula

$$A = t^h e^{(at^2+bt+c)}$$

monotona e crescente nell'intervallo che ci interessa, definendo anche, sia pur per i costi e non per i carichi di lavoro, il modo di variare dei quattro parametri per le curve relative ai lavori civili, alle tubazioni, ai serbatoi e per la curva relativa ai valori globali.

Questa seconda curva, suscettibile di miglioramenti per quanto riguarda il polinomio ad esponente, ha il vantaggio di non avere asintoti nell'intervallo che ci interessa e pertanto di non dover essere soggetta ad arrotondamenti. Anch'essa, come la logistica, permette di trattare le risorse, ottenendosi l'equazione della curva delle risorse per derivazione della funzione avanzamento rispetto al tempo.

Di fatto, chiunque abbia familiarità con le funzioni esponenziali, può trovare altre curve che si prestano alla stessa funzione; la più semplice e la più rigorosa può essere ottenuta elaborando la funzione seno inverso iperbolico, che come è noto è definita da

$$f(t) = \sinh^{-1}(t) = \ln(t + \sqrt{t^2 + 1})$$

ed ha il tipico andamento ad S, ancorché con punto di flesso corrispondente al tempo zero; essa può essere modificata nella più generale funzione seno-iperbolica inversa, definita come

$$A(t) = k \ln(a\theta + \sqrt{b\theta^2 + c}) \quad \text{ove} \quad \theta = kt + t_0$$

o, ad un ulteriore livello di approfondimento

$$A(t) = k \ln(a\theta + [\sum_j (b_j \theta^j + c)]^{-j})$$

che ci permette una completa rappresentazione delle nostre curve ad S, teoricamente corretta anche se più difficoltosa.

Ciò che ci preme mostrare, in questa sede, è che esistono funzioni matematiche che permettono, con opportune elaborazioni, il calcolo della distribuzione del carico di lavoro sulle nostre attività.

Una volta nota la curva di avanzamento, si potranno facilmente ricavare le equazioni della curva dei costi

$$C(t) = C_o + c_i t + c_d A(t)$$

della curva di avanzamento contrattuale

$$P(t) = p A(t)$$

o della curva di avanzamento finanziario

$$F(t) = F_0 + A(t)(1 - g - cF_0)$$

che tiene conto dell'anticipo contrattuale, recuperato pro quota, nonché della ritenuta a garanzia.

## A L'uso delle curve nelle riprogrammazioni

L'interesse particolare di queste curve nasce allorché dobbiamo andare a proporre un algoritmo per l'analisi di fattibilità o, in particolare, per la riprogrammazione.

Di fatto, se si trattasse solo di un problema di distribuzione, la ripartizione discontinua e, spesso, anche la ripartizione lineare potrebbero essere sufficienti; abbiamo visto che, nella maggior parte dei casi, le curve di avanzamento ottenute sono sufficienti.

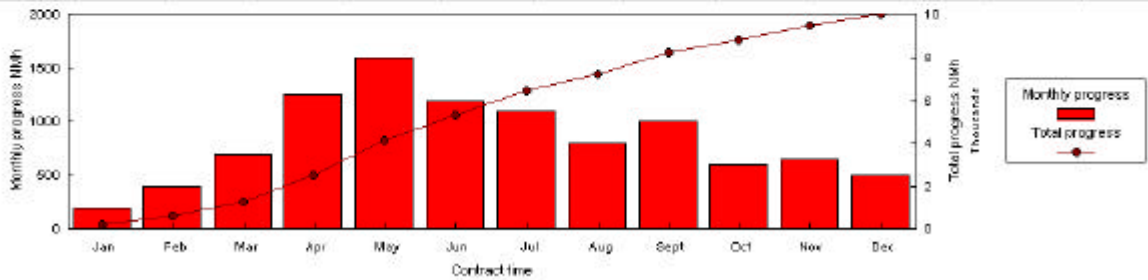
All'atto della riprogrammazione, peraltro, l'algoritmo lineare non è più sufficiente, di fatto il massimo che si può fare è cambiarne la pendenza, riadattando così in maniera grossolana la parte a finire della

nostra curva di avanzamento all'esigenza reale, sia che sia stato deciso di spostare la data di completamento sia che sia stato deciso di mantenerla costante.

Un algoritmo di tipo discontinuo o, meglio ancora, con una curva continua del tipo logistico o di uno degli altri tipi considerati, ci permette di calcolare in maniera più corretta la nostra riprogrammazione, impostandone i parametri in base alle nostre esigenze.

LINEAR DISTRIBUTION

Activity no	Workload NMh	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sept	Oct	Nov	Dec
I	400	200	200										
II	800		200	200	200	200							
III	600			200	200	200							
IV	1200			300	300	300	300						
V	1200				300	300	300	300					
VI	700				100	100	100	100	100	100	100		
VII	1200				150	150	150	150	150	150	150	150	
VIII	1000					200	200	200	200	200			
IX	600							200	200	200			
X	1200					160	160	160	160	160	160	160	160
XI	800									200	200	200	200
XII	300											160	160
Total	10000	200	400	700	1250	1800	1200	1100	900	1000	600	860	500
Progr.		200	600	1300	2550	4150	5350	6450	7260	8260	9850	9500	10000



# DISCONTINUOUS DISTRIBUTION

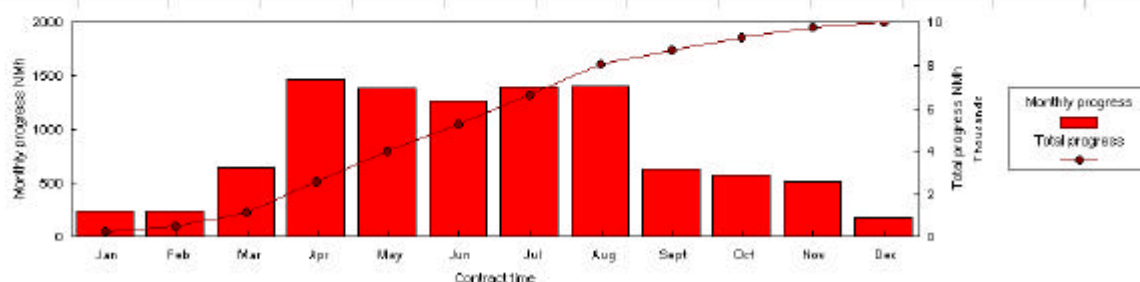
Activity no	Workload NMh	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sept	Oct	Nov	Dec
I	400	200	200										
II	800		100	300	300	100							
III	600			200	200	200							
IV	1200			200	400	400	200						
V	1200				200	400	400	200					
VI	700				50	80	120	170	140	70	50		
VII	1200				50	100	150	200	250	200	150	100	
VIII	1000					100	250	250	260	150			
IX	600							200	260	150			
X	1200					100	100	150	260	250	150	100	100
XI	800									100	300	300	100
XII	300											150	150
Total	10000	200	300	700	1200	1490	1220	1170	1140	920	680	660	350
Progr.		200	500	1200	2400	3890	5110	6280	7420	8340	9000	9660	10000





CONTINUOUS DISTRIBUTION ( LOGISTIC)

Activity no	Workload NMh	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sept	Oct	Nov	Dec
I	400	248	152										
II	800		87	391	280	42							
III	600			121	401	68							
IV	1200			180	687	420	68						
V	1200				130	587	420	63					
VI	700				26	74	186	232	134	33	11		
VII	1200				40	90	228	359	289	131	44	19	
VIII	1000					69	284	448	168	32			
IX	600							56	467	68			
X	1200					40	90	228	359	289	131	44	19
XI	900									87	391	260	42
XII	300											179	121
<b>Total</b>	<b>10000</b>	<b>248</b>	<b>239</b>	<b>662</b>	<b>1 467</b>	<b>1 390</b>	<b>1 278</b>	<b>1 395</b>	<b>1 414</b>	<b>640</b>	<b>678</b>	<b>522</b>	<b>181</b>
<b>Progr.</b>		247.5551	486.8763	1139.294	2605.064	3996.935	6268.792	6664.617	8078.473	8718.567	9296.845	9818.587	10000



# LOGISTIC DISTRIBUTION

$$f(x) = k / (1 + c \exp -hx)$$

PARAMETRES

k=	100
c=	100
h=	0.08
	0.09
	0.1
	0.11
	0.12
	0.13

